EXERCICE N°1

Soit $P(z) = z^3 + (-5i + 6)z^2 + (9 - 24i)z - 13i - 18$

1/ Montrer que l'équation $P(z) = 0$, admet une solution imaginaire pur que l'on calculera.

2/ Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

3/ Le plan est rapporté à un repère $(o, \vec{u}, \vec{v})$

a- Placer les points A,B et C d'affixes respectives les solutions de $P(z)=0$.

b- Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.

EXERCICE N°2

Le plan est muni d'un R.O.N.dircte $(o, \vec{u}, \vec{v})$.

1/a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$

b) Donner la forme exponentielle des solutions de (E)

c) En déduire les solutions de l'équation $(E'): Z^4 - \sqrt{2}Z^2 + 1 = 0$

d) Soit A , B , C et D les points d'affixes les solutions de (E')
Montrer que A, B , C et D sont les sommets d'un rectangle

2/ Soit $\theta \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\theta): z^2 - 2(\sin\theta)z + 1 = 0$

b) Donner la forme exponentielle des solutions de (E_θ)

Exercice N°3

Soit f la fonction définie sur $\left]-\infty, 1\right]$ par $f(x) = -x^3 + \sqrt{1-x}$

1/ Montrer que f est continue sur $\left]-\infty, 1\right]$

2/ Etudier la monotonie de f

3/ Déterminer l'image de $\left]-\infty, 1\right]$ par f

4/a) Monter que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in \left]0; 1\right[$

b) Donner un encadrement de α d'amplitude $\frac{1}{2}$

Exercice N°4

On donne les fonctions : $f(x) = -3x + 2\cos(\frac{1}{2}x) + 2$ et $g(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x+1}$

1/a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ on a : $f(x) \geq -3x$

b) Déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

3/a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} (gof)(x)$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} (fog)(x)$